STRUTTURE DATI: OLTRE LE LISTE

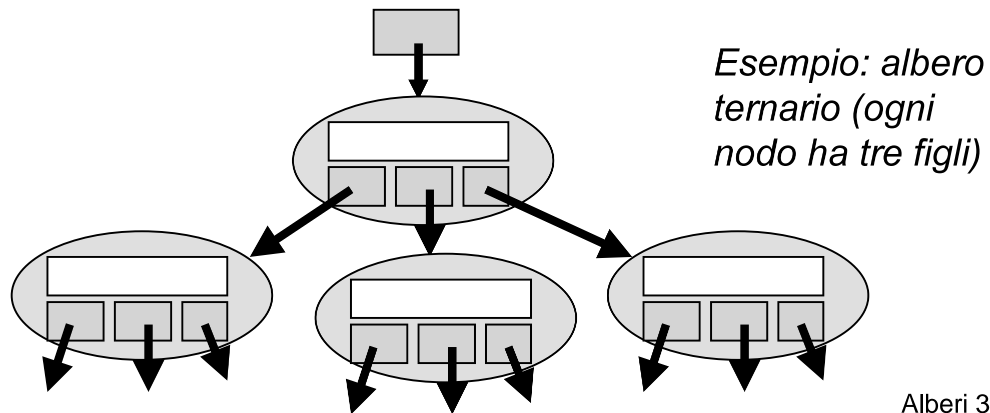
- **Essendo in grado di ospitare una *collezione di elementi* il cui numero può variare dinamicamente, le liste risolvono un ampio ventaglio di problemi**
- **Le liste sono strutture dati *sequenziali,* e <u>*poco adatte*</u> a gestire *grandi quantità di dati* quando le operazioni più frequenti / importanti implicano un accesso *non sequenziale***

STRUTTURE DATI: OLTRE LE LISTE

- **Ad esempio, in una lista, la *ricerca di un elemento* richiede un tempo proporzionale alla lunghezza della lista**
  - **se la lista contiene centinaia di migliaia di elementi, tale operazione è molto inefficiente**
- **La gestione di grandi quantità di dati può quindi avvantaggiarsi dall'adozione di strutture dati *non sequenziali*, che rendano più veloci (potenzialmente) alcune categorie di operazioni, in particolare la *ricerca***

ALBERI

- **Un *albero* è una *collezione di elementi* organizzati in modo *non sequenziale,* secondo un *grafo aciclico* caratterizzato da**
  - ***una radice***
  - ***due o più (sotto)alberi figli***

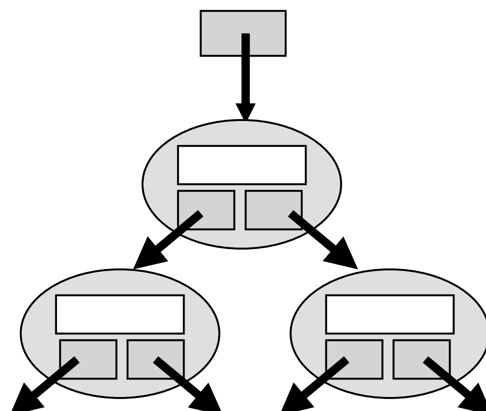


Esempio: albero ternario (ogni nodo ha tre figli)

ALBERI BINARI

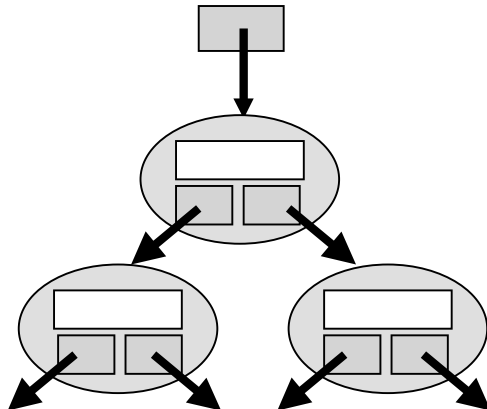
Il caso più tipico di albero è l'albero *binario*

- **un elemento**
- **due (sotto)alberi figli, *sinistro* e *destro***



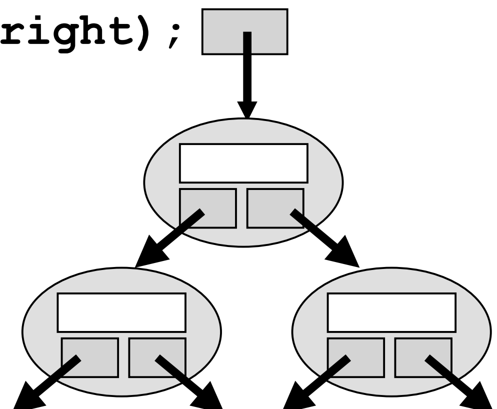
ALBERI BINARI

```
class TreeNode {
  int item; // informazione del nodo
  TreeNode left;  // figlio sinistro
  TreeNode right; // figlio destro
          }
```



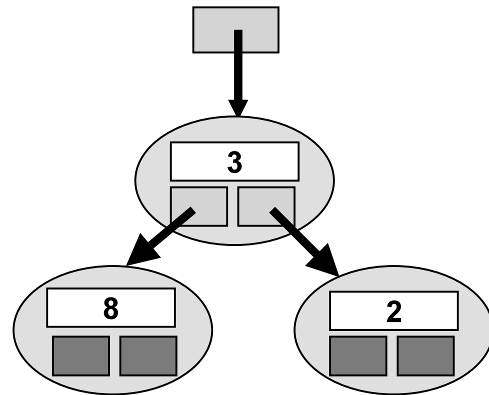
CONTA NODI

```
static int countNodes(TreeNode root) {
if (root == null) return 0;
else
{int count = 1;
  count += countNodes(root.left);
  count += countNodes(root.right);
  return count; }
} // end countNodes()
```



ALBERI: RAPPRESENTAZIONE

- **Un *albero* è praticamente sempre rappresentato tramite *<u>nodi</u> concatenati***
- **Ogni *<u>nodo</u>* è composto di *tre parti*: un *valore* e due *riferimenti ai figli* (i sottoalberi sinistro e destro)**



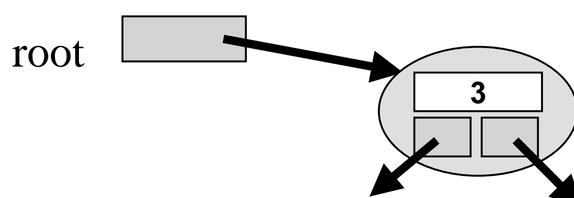
- **La *rappresentazione fisica* è solitamente basata su puntatori e allocazione dinamica**

ALBERI: RAPPRESENTAZIONE

- **In questo contesto, l'*albero vuoto* è rappresentata dall' *<u>assenza di nodi</u>***

root *null*

  - **un puntatore (o riferimento) nullo**
- **Quando ci sono elementi, l'*albero non è vuoto* e consente l'accesso ai dati**



VISITA DI UN ALBERO

- **Con il termine *visita* si intende *l'elencazione*, secondo un qualche criterio, *di tutti gli elementi della struttura,* senza ripetizioni**
- **Data la natura *intrinsecamente non sequenziale* dell'albero, non esiste un concetto di "sequenza naturale" degli elementi** (come esisteva invece per la lista)
- **Occorre definire *uno o più criteri di visita* che assicurino comunque di elencare, ciascuno una sola volta, tutti gli elementi**

VISITA DI UN ALBERO

Dato che un albero è definito come una struttura caratterizzata da

- **un elemento**
- **N (sotto)alberi**

vi sono due criteri naturali di visita:

- ***visita in ordine anticipato (preorder):* prima la radice, poi tutti i sottoalberi**
- ***visita in ordine posticipato (postorder):* prima tutti i sottoalberi, poi la radice**

VISITA DI UN ALBERO BINARIO

Nel caso particolare di un albero binario, che ha *due* sottoalberi, è possibile definire un ulteriore criterio "naturale" di visita:

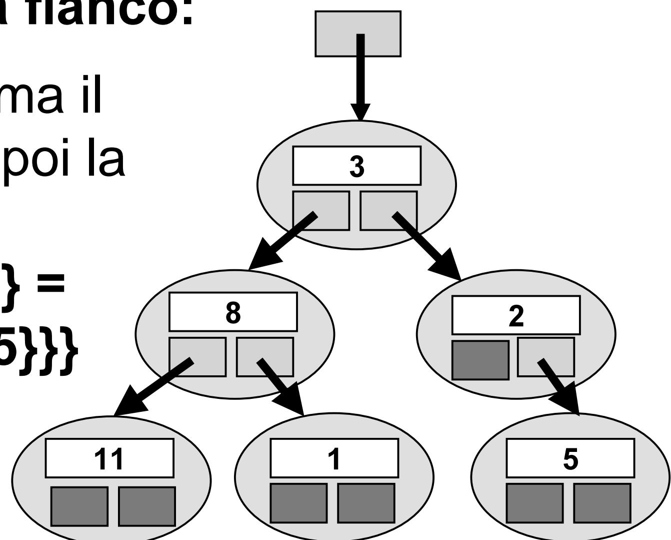
- ***visita in ordine (inorder):***
  prima il sottoalbero di sinistra, poi la radice, poi il sottoalbero di destra

Questo criterio *ha senso solo per alberi binari,* in quanto per un albero generico con N figli esisterebbero N possibili visite "in ordine", nessuna più significativa delle altre

VISITA in ORDINE

Nel caso dell'albero a fianco:

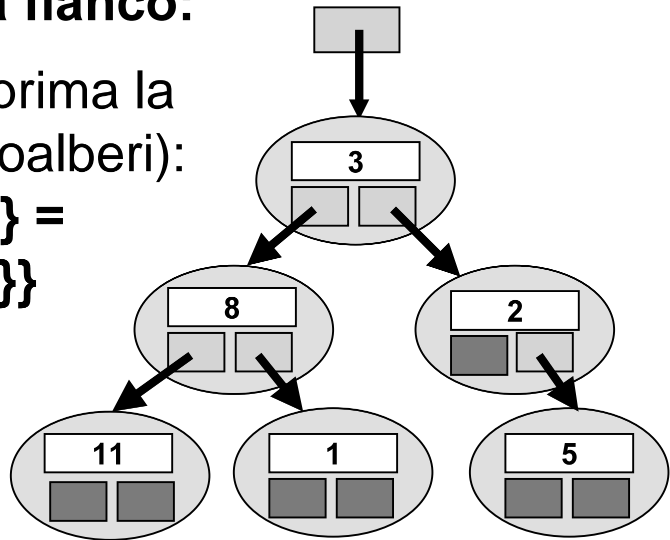
- ***visita in ordine*** (prima il sottoalbero sinistro, poi la radice, poi il destro):
  {*sinistro*, 3, *destro* } =
  {{{11},8,{1}}, 3, {2,{5}}}



ESEMPIO

Nel caso dell'albero a fianco:

- ***visita in preorder*** (prima la radice, poi tutti i sottoalberi): {**3, *sinistro, destro* } =** {**3, {8,{11,1}}, {2,{5}}**}
- ***visita in postorder*** (prima tutti i sottoal-beri, poi la radice): {***sinistro, destro,*** 3**} =** {**{{11,1},8}, {{5},2}**, **3**}



VISITA IN AMPIEZZA

Un terzo criterio sfrutta la struttura dell'albero, che definisce naturalmente dei *livelli*

- **livello 0: la radice**
- **livello 1: le radici dei figli**
- **livello 2: le radici dei figli dei figli ...**

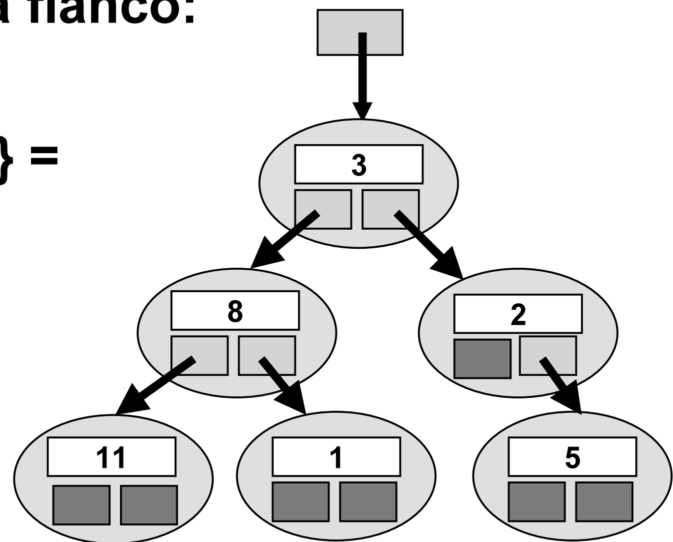
- ***visita in ampiezza (breadth-first):*** **prima la radice (livello 0), poi tutti i nodi del I° livello, poi tutti quelli del II° livello, ecc.**

Questo criterio è più complesso da realizzare, perché deve seguire tutte le diverse ramificazioni

ESEMPIO

Nel caso dell'albero a fianco:

- ***visita in ampiezza***
  {3, *livello1*, *livello2*} =
  {3, {8, 2}, {11,1,5} }



ALGORITMI DI VISITA

- **Data la natura *intrinsecamente non sequenziale* dell'albero, non è possibile scorrere uno a uno gli elementi con un ciclo!**
  - **non c'è un concetto di "elemento successivo"**
- **Occorre necessariamente adottare un *approccio ricorsivo* (come struttura dati!)**
  - **si opera sulla radice (prima, in mezzo, o dopo)**
  - **si richiama ricorsivamente la visita sui sotto-alberi figli**

VISITA IN ORDINE ANTICIPATO realizzazione STATICA

```
public class Tree {...
static public void preOrder (TreeNode root)
{if ( root != null ) { // solo se non vuoto
 System.out.print(root.item + " ");  // root
 preOrder (root.left ); // albero sinistro
 preOrder (root.right ); // sottoalbero destro
 }
} // end preOrder ()
}
```

Si sfrutta la parte di classe, come libreria

ALBERO come struttura dati

```
class TreeNode {
 // Nodo di un albero per alberi binari
 // ogni nodo contiene una stringa
 TreeNode left;  // sottoalbero sinistro
 TreeNode right; // sottoalbero destro
 String item; // stringa del nodo
// Costruttore
 public TreeNode(String str)
   { str.item = str;} // mancano link
} // end class TreeNode
```

e per partire?

```
root = new TreeNode(newItem);
```

VISITA IN ORDINE ANTICIPATO

```
root = new TreeNode(newItem);

public class Tree { // nodo di albero non vuoto
 ...
 public void preOrder()
  {System.out.println(item);
   left.preOrder();
   right.preOrder();
  }
}
```


VISITA IN ORDINE POSTICIPATO

```
root = new TreeNode(newItem);

public class Tree { // albero non vuoto
    ...
   public void postOrder() {
    left.postOrder();
    right.postOrder();
    System.out.println(item);
   }
```

VISITA IN ORDINE (solo alberi binari)

```
root = new TreeNode(newItem);


public class Tree { // albero non vuoto
    ...
   public void inOrder() {
    left.inOrder();
    System.out.println(item);
    right.inOrder();
   }
```


VISITE & ALGORITMI

- **Poiché la visita ricorsiva è *il solo modo per scorrere uno ad uno tutti gli elementi di un albero,* tutti gli algoritmi che operano su alberi sono una "variazione sul tema" di uno degli algoritmi di visita**
- **Cambia solo l'operazione da fare sulla radice:**
  - **non più una semplice stampa (print)...**
  - **... ma confronti, controlli, test ...**

ESEMPIO

Ricerca di un elemento in un albero

- **se l'albero è vuoto, l'elemento non c'è**
  altrimenti (visita in pre-order)
- **se tale elemento è la radice, lo si è trovato, altrimenti va cercato nei sottoalberi figli**

```
public boolean member(Object e) {
  if (e.equals(item)) return true;
  if (left.member(e)) return true;
  else return right.member(e);
 }
```


ESERCIZIO

Scrivere un algoritmo che, dato un albero di interi, conti gli elementi maggiori di un dato X

- Prendiamo un algoritmo di visita e, al posto della stampa, inseriamo il test richiesto
- Restituiamo il risultato del conteggio nei figli, *aumentato di 1 se il test è risultato positivo*

Esempio Java *(caso albero non vuoto)*

```
 public int countGreater (Comparable x) {
  return  left.countGreater (x) +
          right.countGreaterThan(x) +
          (item.compareTo(x)>0 ? 1 : 0);
 }
```

ALBERI BINARI DI RICERCA

- **Una *albero binario di ricerca* è un albero binario i cui elementi rispettano tutti una data *relazione d'ordine***
  - **gli elementi devono appartenere a un dominio in cui esista una relazione d'ordine totale**
- **In particolare, detto R il valore della radice:**
  - **il sottoalbero di sinistra contiene solo elementi *minori o uguali* a R**
  - **il sottoalbero di destra contiene solo elementi *maggiori* di R**

ALBERI BINARI DI RICERCA

Perché creare alberi siffatti?

- **Un albero binario di ricerca *velocizza enormemente la ricerca di un elemento,* perché *esclude metà albero a ogni confronto***
- **Infatti, l'esito del confronto dice inequivocabilmente da quale parte sta l'elemento:**
  - **nel sottoalbero di sinistra, se l'elemento cercato è *minore* della radice**
  - **nel sottoalbero di destra, se l'elemento cercato è *maggiore* della radice**

ALBERI BINARI DI RICERCA

<u>Perché creare alberi siffatti?</u>

- **Un albero binario di ricerca *velocizza enormemente la ricerca di un elemento,* perché *esclude metà albero a ogni confronto***
- **Infatti, l'esi l confronto dice inequivoca-**

• Dopo K confronti, ha operato K dimezzamenti $\rightarrow$ ha esplorato uno spazio di 2^K elementi

• <u>Ricerca binaria</u>: per esplorare N elementi occorrono al più $K = \log_2 N$ confronti.

ALBERI BINARI DI RICERCA

Come creare un albero binario di ricerca?

- **Aggiungendo via via i nuovi elementi <u>*in modo da rispettare la relazione d'ordine*</u>**

Nel caso di alberi esistenti, si aggiungono *nuovi nodi*

- **se l'elemento è minore o uguale alla radice, l'elemento va inserito nel sottoalbero di sinistra**
- **se è maggiore, va nel sottoalbero di destra**
- **quando si arriva a un sottoalbero vuoto, si aggiunge l'elemento come nuova foglia**

ALBERO come struttura dati ordinata

```
static TreeNode root;  // radice dell'albero
// albero vuoto (empty), root null

static boolean treeContains
     (TreeNode node, String item) {
//albero vuoto
if (node == null){return false;}
// albero da esplorare
else if(item.equals(node.item)){return true;}
else if(item.compareTo(node.item) < 0)
     {return treeContains(node.left,item);}
else {return treeContains(node.right,item);}
}  // end treeContains()
```

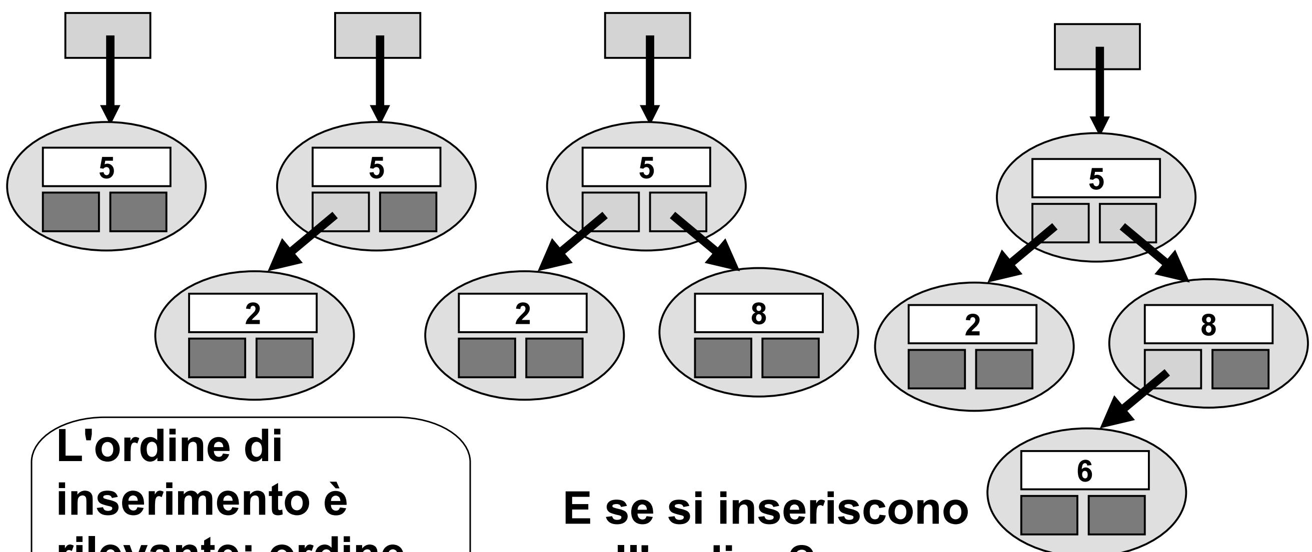

ALBERO ORDINATO: esplorazione non ricorsiva

```
static boolean treeContainsNR // non ricorsiva
          (TreeNode node, String item) {
 TreeNode runner = node;
 // per cercare nell'albero dalla radice
 while(true)
  {if (runner == null) { return false;}
   else if(item.equals(runner.item))
                        { return true;}
   else if(item.compareTo(runner.item)< 0)
            {runner = runner.left;}
        else {runner = runner.right;}
  }} // end treeContainsNR();
```

ALBERO BINARIO di RICERCA

```
static void treeInsert(String newItem) {
if(root == null){root = new TreeNode(newItem); return;}
TreeNode runner = root; // alberi non nulli
while(true)
 {if (newItem.compareTo(runner.item) < 0)
  {if (runner.left == null)
    {runner.left = new TreeNode(newItem); return;}
   else runner = runner.left;}
  else{ // > 0
    if (runner.right == null)
    {runner.right = new TreeNode(newItem); return;}
    else runner = runner.right;}
  } // end while
}  // end treeInsert()
```


Inserimenti successivi



L'ordine di inserimento è <u>rilevante</u>: ordine diverso implica albero diverso

E se si inseriscono <u>nell'ordine</u>?
4, 3, 7, 9
3, 4, 9, 7

MIGLIORE PROGETTO

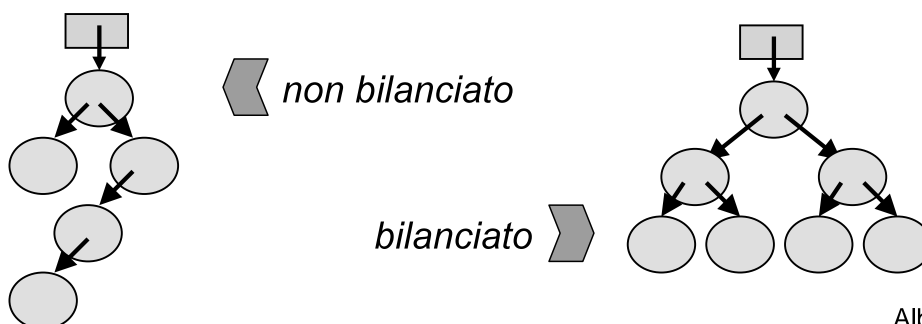
Possiamo distinguere tra l'albero come struttura dati (root) e i nodi dell'albero

- **Ogni singolo elemento può essere la radice e i metodi non sono di classe ma di istanza**
- **l'inserimento avviene chiedendo al nodo corrente, che passa al successivo**

Considerare i problemi in questo caso e come dobbiamo modificare il costruttore

ALBERI BILANCIATI

- **Un albero i cui elementi sono distribuiti uniformemente fra i due sottoalberi si dice *bilanciato***
- **Molti algoritmi funzionano meglio con alberi bilanciati**
- **Esistono algoritmi per rendere bilanciati, spostando alcuni elementi, alberi che non lo siano**



JAVA: GLI ALBERI PREDEFINITI

Il package `java.util` definisce:

- ***interfacce* che rappresentano *tipi di dati astratti di contenitori*** (cfr. **`SortedSet`**)
- ***classi* che forniscono *specifici contenitori* concreti** (cfr. **`TreeSet`**, che usa **`TreeMap`**)

I metodi principali (`add`, `remove`, `contains`, `isEmpty`, …) sono introdotti da `Collection` e specializzati dalle varie classi